Kosovo and Albania
Mathematical Olympiad

KAMO

Olimpiada e Gjashtë Matematike Kosovë - Shqipëri për Klasat VII - IX

15 Qershor 2025

Klasat VII - VIII

Emri dhe Mbiemri: _____

UDHËZIME

1. Koha në dispozicion është **180 minuta**.
2. 8 problemet e pjesës së parë do të jenë vetëm me përgjigje (jo me alternativa dhe nuk kërkohet procesi i zgjidhjeve) dhe secili problem vlerësohet me 5 pikë.
3. Nëse garuesi nuk përgjigjet fare në ndonjërin nga 8 problemet e pjesës së parë ose jep përgjigje të gabuar, atëherë vlerësohet me 0 pikë për problemin përkatës.
4. Për 8 problemet e pjesës së parë nuk ka vlerësim të pjesshëm.
5. Për 4 problemet e pjesës së dytë kërkohet të arsyetohet procesi i zgjidhjeve deri në hollësira dhe secili problem vlerësohet me më së shumti 15 pikë.
6. Për 4 problemet e pjesës së dytë do të ketc vlerësim të pjesshëm sipas skemave të miratuara nga komisioni vlerësues.

PJESA E PARË - KLASAT VII - VIII

1. Shënojmë me $\overline{abc}$ një numër treshifror, ku a, b, dhe c janë shifrat përkatëse të tij. Sa numra treshifrorë ekzistojnë të tillë që shuma $\overline{abc} + \overline{cba}$ është shumëfish i numrit 101?

Përgjigja: 81

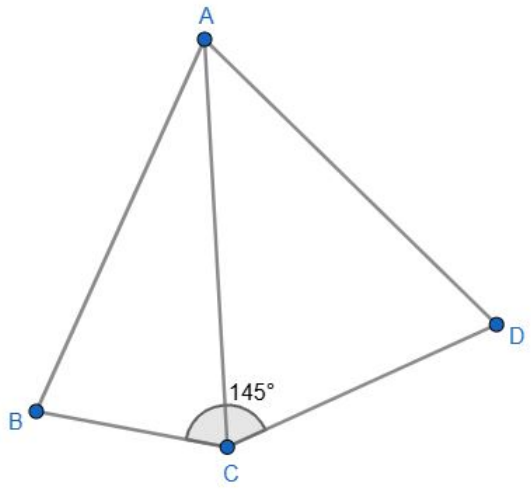
2. Gjeni vlerën e shprehjes $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{50^2}\right)$.

Përgjigja: 0.51

3. Për sa treshe të renditura (a, b, c) të numrave të plotë vlen ekuacioni $a^2 + b^2 + c^2 = 2$?

Përgjigja: 12

4. Në figurën e mëposhtme jepet katërkëndëshi $ABCD$ ku $AB = AC = AD$ dhe $\angle BCD = 145°$. Sa është masa e këndit $\angle BAD$?



Përgjigja: 70°

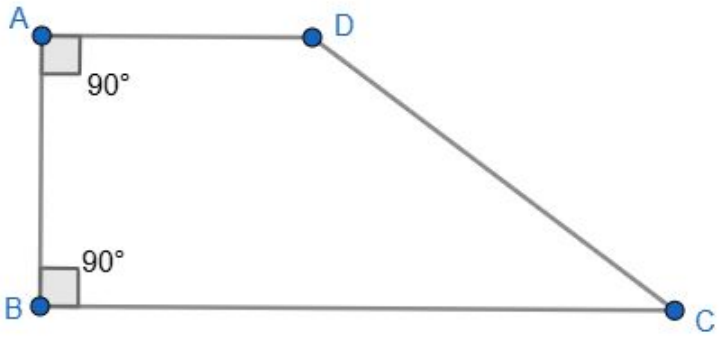
5. Në dërrasën e zezë janë shkruar numrat nga 1 deri në 16, secili prej tyre vetëm një herë. Nëse heqim njërin prej këtyre numrave, atëherë shuma e numrave të mbetur është katror i një numri natyror. Cili numër është hequr nga dërrasa?

Përgjigja: 15

6. Për dy numra realë a dhe b kemi që: $a+\frac{1}{b}=7$ dhe $b+\frac{1}{a}=5$. Sa është vlera e $ab+\frac{1}{ab}$?

Përgjigja: 33

7. Në figurën e mëposhtme, $ABCD$ është trapez kënddrejtë ku $AB = AD = 3$ dhe $DC = 5$. Sa është gjatësia e diagonales AC?



Përgjigja: $\sqrt{58}$

8. Sa numra treshifrorë janë të tillë që prodhimi i shifrave të tyre është 0?

Përgjigja: 171

PJESA E DYTË - KLASAT VII - VIII

1. Gjeni të gjitha treshet (a, b, c) të numrave realë të tilla që:

$$\begin{cases} ab = \dfrac{4}{c+3} \\ bc = \dfrac{4}{a+3} \\ ca = \dfrac{4}{b+3}. \end{cases}$$

Zgjidhje. Nga sistemi kemi që $abc + 3ab = abc + 3bc = abc + 3ca = 4$. Prandaj $ab = bc = ca$. (5 pikë)

Qartazi nga sistemi kemi që numrat a, b dhe c janë të ndryshëm nga 0. Prandaj kemi që $a = b = c$. (2 pikë)

Kështu që kemi $a^3 + 3a^2 - 4 = 0$ që është ekuivalente me $(a-1)(a+2)^2 = 0$ nga kemi që $a = 1$ ose $a = -2$. Prandaj të gjitha zgjidhjet e sistemit të dhënë janë $(a, b, c) = (1, 1, 1), (-2, -2, -2)$. (8 pikë)

Koment 1. Nëse nxësi nuk e ka përmendur që a, b, c janë të ndryshme nga 0 i hiqet 1 pikë.

Komenti 2. Nxënësi nuk merr asnjë pikë nëse pohon se $(a, b, c) = (1, 1, 1), (-2, -2, -2)$ janë zgjidhje pa arsyetim pse janë të vetmet.

2. Është dhënë bashkësia $\{1, 2, 3, ..., n^2\}$ ku $n > 1$ është numër natyror. Albani dhe Dardani luajnë një lojë. Ata luajnë me radhë njëri pas tjetrit ku secili prej tyre zgjedh nga bashkësia një numër që nuk është zgjedhur më herët dhe e vendos atë në një katror të zbrazët në tabelën me dimensione $n \times n$. Loja përfundon kur plotësohen të gjithë katrorët e tabelës. Lojën e fillon Albani. Dardani fiton lojën nëse shuma e numrave në çdo rresht është numër çift. Në të kundërt, fiton Albani. Cili nga lojtarët ka strategji fituese dhe cila është ajo?

Shënim: Një strategji fituese për lojtarin A quhet një strategji që garanton fitoren, pavarësisht nga veprimet e lojtarit B

Zgjidhje: E ndajmë problemin në dy raste:

- n është tek
- n është çift

Për n tek fiton lojtari i parë, pra Albani.

Mund të themi se $n = 2k + 1$ për $k \in \mathbb{N}$.

$$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

Qartazi, në numrat nga 1 deri në $4k^2 + 4k + 1$ kemi:

- $2k^2 + 2k + 1 = 2k(k + 1) + 1$ numra tek
- $2k^2 + 2k = 2k(k + 1)$ numra çift

Përderisa kemi një numër tek numrash tek, atëherë domosdoshmërisht në një nga rreshtat duhet të kemi një numër tek numrash tek. Pra, në këtë rast gjithmonë lojtari i parë fiton lojën.

Për n çift fiton Dardani.

Në një rast të tillë, $n^2 = (2k)^2 = 4k^2$ ku $k \in \mathbb{N}$, dhe do të jetë një numër i barabartë numrash çift dhe numrash tek. Pra në total do të jenë $2k^2$ numra çift dhe $2k^2$ numra tek.

Në lëvizjen e tij, Dardani shënon një numër me të njëjtën çiftësi si lëvizja e fundit e Albanit në të njëjtin rresht dhe përderisa n është çift, kjo lëvizje është gjithmonë e mundur.

Në fund, çdo rresht do të ketë numër çift numrash tek, pra çdo rresht do të ketë një shumë çift dhe Dardani fiton lojën me këtë strategji.

Skema e vlerësimit

Pikë të pjesshme

- Studimi i rasteve tek dhe çift ,por jo vetëm përmendja e tyre. (1 pikë)
- Përcaktimi i përgjigjes së saktë (2 pikë jo-aditive)
- Zgjidhja e të paktën një rasti specifik për pafund vlera të n-së (3 pikë jo-aditive)

Ndarja e pikëve për zgjidhjet e plota

- Vërtetimi i rastit tek (5 pikë)
  - — Vërtetimi që ka numër tek numrash tek (4 pikë)
  - — Argumentimi se pse fiton lojtari i parë (1 pikë)

- Vërtetimi i rastit çift (10 pikë)
  - — Përcaktimi i strategjisë së kundërpegjigjes (3 pikë)
  - — Studimi i sa numrave tek dhe çift janë (2 + 2 pikë)
  - — Argumentimi final se pse Dardani mund ta kryejë strategjinë në çdo hap (3 pikë)

3. Le të jetë $n > 1$ një numër natyror me të paktën katër pjesëtues. Shkruajmë në rend rritës të gjithë pjesëtuesit natyrorë $d_1, d_2, \ldots, d_k$ të numrit n më të mëdhenj se 1, ku

$$1 < d_1 < \cdots < d_k = n.$$

Dihet që për secilin indeks $1 \leqslant i \leqslant k-2$, numri $d_i \cdot d_{i+1}$ është pjesëtues i numrit d_{i+2}. Gjeni të gjithë numrat e tillë n.

Zgjidhje: Qartazi d_1 është një numër i thjeshtë që po e shënojmë me p, pra $d_1 = p$. (1 pikë)

Prandaj, pjesëtuesi i parafundit duhet të jetë $\frac{n}{p}$. Pra, $d_{k-1} = \frac{n}{p}$. (2 pikë)

Pjesëtuesi i dytë duhet ose të jetë një numër $q \neq p$ i thjeshtë ose p^2. Pra, $d_2 = q$ ose $d_2 = p^2$. (1 pikë)

Kështu që $d_{k-2} = \frac{n}{q}$ ose $d_{k-2} = \frac{n}{p^2}$. (2 pikë)

Rasti 1. $d_2 = q$ dhe $d_{k-2} = \frac{n}{q}$.

Meqë $d_{k-2} \cdot d_{k-1} | d_k$ kemi që $\frac{n}{q} \cdot \frac{n}{p} | n \Rightarrow n | pq$. (1 pikë)

Gjithashtu, $pq | n$, prandaj $n = pq$, që qartazi plotëson kushtet e detyrës. (3 pikë)

Rasti 2. $d_2 = p^2$ dhe $d_{k-2} = \frac{n}{p^2}$.

Meqë $d_{k-2} \cdot d_{k-1} | d_k$, kemi që $\frac{n}{p^2} \cdot \frac{n}{p} | n \Rightarrow n | p^3$. (4 pikë)

Prandaj, $n = 1, p, p^2, p^3$. Mirëpo, pasi që n ka të paktën 4 pjesëtues, kemi që $n = p^3$, që qartazi plotëson kushtet e detyrës. (1 pikë)

4. Le të jetë $\triangle ABC$ barabrinjës dhe le të jenë X dhe Y pika në brinjët AB dhe AC, përkatësisht, të tilla që $\triangle AXY$ dhe katërkëndëshi $BXYC$ kanë perimetra të barabartë. Vërtetoni se sido që të zgjidhen pikat X dhe Y që plotësojnë kushtin e mësipërm, rrethi i jashtëshkruar i $\triangle AXY$ kalon nëpër një pikë fikse(e palëvizshme) të ndryshme nga A.

Zgjidhje: Le ë jetë a gjatësia e brinjë së $\triangle ABC$ dhe M mesi i brinjës BC. Do të tregojmë që M është pika e kërkuar. (1 pikë)
Vërejmë se $2a-BX-CY = a-BX+a-CY = AX+AY = (AX+AY+XY)-XY = (BX+XY+CY+a)-XY = BX+CY+a \Rightarrow a = 2(BX+CY)$. (3 pikë)
Marrim pikën T në brinjën BC të tillë që $BT = 2BX$. (1 pikë)
Rezultati i mësipërm na jep që $CT = 2CY$. (3 pikë)
Pasi që $\angle B = 60^\circ$ dhe $BT = 2BX \Rightarrow TX \perp AB$ dhe në mënyrë të ngjashme $TY \perp AC$. (4 pikë)
Pasi që $AM \perp BC$ kemi që A, X, Y, T, M i takojnë një rrethi me diametër AT. Pra, sido që të zgjedhim pikat X dhe Y, rrethi i jashtëshkruar i $\triangle AXY$ kalon nëpër pikën M, që është fikse. (3 pikë)

Shënim. Vërtetimi që $AX + AY = 1.5a$ vlerësohet me 2 pikë.

Komente të përgjithshme për të gjitha detyrat

- Gabim i vogël në llogaritje ose arsyetim (-1 pikë)

Kosovo and Albania
Mathematical Olympiad

KAMO

Olimpiada e Gjashtë Matematike Kosovë - Shqipëri për Klasat VII - IX

15 Qershor 2025

Klasa IX

Emri dhe Mbiemri: _____

UDHËZIME

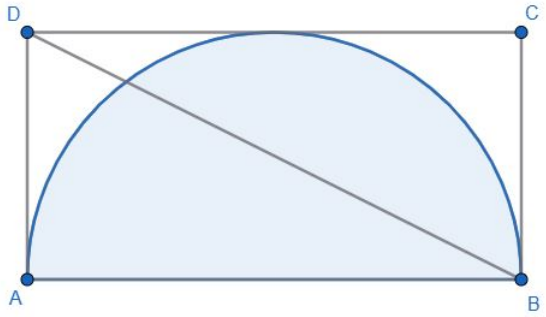
1. Koha në dispozicion është **180 minuta**.
2. 8 problemet e pjesës së parë do të jenë vetëm me përgjigje (jo me alternativa dhe nuk kërkohet procesi i zgjidhjeve) dhe secili problem vlerësohet me 5 pikë.
3. Nëse garuesi nuk përgjigjet fare në ndonjërin nga 8 problemet e pjesës së parë ose jep përgjigje të gabuar, atëherë vlerësohet me 0 pikë për problemin përkatës.
4. Për 8 problemet e pjesës së parë nuk ka vlerësim të pjesshëm.
5. Për 4 problemet e pjesës së dytë kërkohet të arsyetohet procesi i zgjidhjeve deri në hollësira dhe secili problem vlerësohet me më së shumti 15 pikë.
6. Për 4 problemet e pjesës së dytë do të ketë vlerësim të pjesshëm sipas skemave të miratuara nga komisioni vlerësues.

PJESA E PARË - KLASA IX

1. Gjeni vlerën e shprehjes $\sqrt{1 \cdot 3 + 1} + \sqrt{2 \cdot 4 + 1} + \sqrt{3 \cdot 5 + 1} + \ldots + \sqrt{99 \cdot 101 + 1}$.

Përgjigja: 5049

2. Në figurën e mëposhtme, gjysmërrethi me diametër AB është tangjent ndaj brinjës CD të drejtkëndëshit $ABCD$. Sipërfaqja e gjysmërrethit është 8π. Sa është gjatësia e diagonales BD?



Përgjigja: $\sqrt{80}$

3. Një klub futsalli ka gjithsej në dispozicion 10 lojtarë ku 2 nga ta janë portierë. Në sa mënyra të ndryshme mund të formohet një ekip me 6 lojtarë ku njëri nga ta është portier?

Përgjigja: 112

4. Sa dyshe (x, y) të numrave natyrorë ekzistojnë ashtu që $x^2 = 100 + y^2$?

Përgjigja: 1

5. Sa është mbetja kur numri $1^{25} + 2^{25} + \ldots + 20^{25}$ pjesëtohet me numrin 11?

Përgjigja: 1

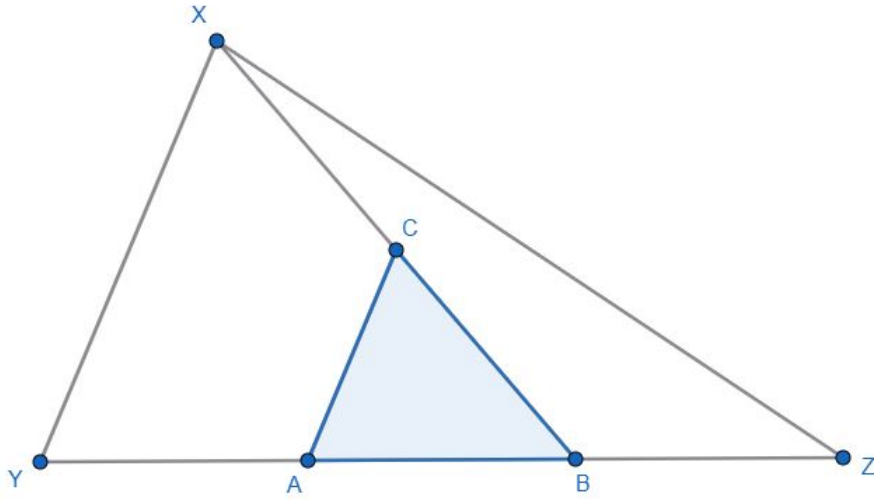
6. Numri i mëposhtëm është formuar duke vendosur ngjitur numrat nga 1 deri në 1000 njëri pas tjetrit.

$$123456789101112 \ldots 1000.$$

Sa herë shfaqet numri 10 në këtë numër?

Përgjigja: 21

7. Në figurën e mëposhtme kemi që $YA = AB = BZ$ dhe $XC = CB$. Sa është raporti $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle XYZ}}$, ku $S_{\triangle ABC}$ paraqet syprinën e sipërfaqes së $\triangle ABC$?



Përgjigja: $\frac{1}{6}$

8. Sa është vlera minimale e shprehjes $\frac{1}{a^2} + 16a$ ku a është numër real pozitiv?

Përgjigja: 12

PJESA E DYTË - KLASA IX

1. Le të jenë p dhe q numra të thjeshtë. Tregoni që $pq + p + q$ nuk mund të jetë katror i një numri të natyror.

Zgjidhje: Supozojmë të kundërtën që egziston numri natyror n i tillë që $pq+p+q = n^2$ që është ekuivalente me $(p + 1)(q + 1) = n^2 + 1$.

Rasti 1. p dhe q janë numra tek.

Atëherë qartazi $(p + 1)(q + 1)$ plotëpjestohet me 4. Mirëpo meqë $n^2 \equiv 0, 1 \pmod 4$ kemi që $n^2 + 1 \equiv 1, 2 \pmod 4$, që nuk është e mundur. (9 pikë)

Rasti 2. Të paktër njëri nga numrat p dhe q është 2. Supozojmë se $q = 2$ atëherë kemi $3p + 2 = n^2$. Mirëpo $n^2 \equiv 0, 1 \pmod 3$, që nuk është e mundur. (5 pikë)

Prandaj $pq + p + q$ nuk është katror i plotë i një numri natyror. (1 pikë)

2. Le të jetë $BCGEDF$ një gjashtëkëndësh i mysët(konveks) dhe A pikëprerja e DC dhe EB. Supozojmë që $ADFB$ dhe $AEGC$ janë paralelogramë me syprina të barabarta. Vërtetoni që $FG = DE + BC$.

Zgjidhje: Shënojmë me $[ABC]$ syprinën e shumëkëndëshit ABC. Vërejmë se $[ADFB] = [AEGC]$
$\Rightarrow \frac{[ADFB]}{2} = \frac{[AEGC]}{2} \Rightarrow [DAB] = [EAC]$
$\Rightarrow [DBC] = [DBA] + [ABC] = [EAC] + [ABC] = [EBC]$. (2 pikë)
Pasi që $\triangle DBC$ dhe $\triangle EBC$ kanë baza të barabarta dhe syprina të barabarta, i bie që lartësitë nga D dhe E në BC janë të barabara, prandaj $DE \parallel BC$. (5 pikë)
Le të jenë H dhe I meset e segmenteve DB dhe EC. Pasi që $BDEC$ është trapez dhe HI është vija e mesme e trapezit, kemi që $DE + BC = 2HI$. (4 pikë)
Vërejmë poashtu nga vetitë e paralelogramit se H dhe I janë meset e AF dhe AG, përkatësisht. Pr, HI është vijë e mesme e $\triangle AFG$. Kjo na jep që $FG = 2HI$. Prandaj, $FG = 2HI = DE + BC$. (4 pikë)

3. Numri natyror $n \geqslant 2$ quhet i *mirë* nëse për çfarëdo numra të plotë $a_1, a_2, ..., a_n$ që plotësojnë kushtin $a_1 + a_2 + ... + a_n = \sqrt{2 + a_1^2 + a_2^2 + ... + a_n^2}$ kemi që,

$$\left(a_1^2 + 1\right) \cdot \left(a_2^2 + 1\right) \cdot ... \cdot \left(a_n^2 + 1\right)$$

është kator i plotë i një numri natyror.

(a) Tregoni që numrat 2 dhe 3 janë të mirë.

(b) Tregoni që numrat natyrorë më të mëdhenj se 3 nuk janë të mirë.

Zgjidhje: *Rasti 1.* $n = 2$.

Kemi që për numrat e plotë a_1, a_2 vlen $a_1 + a_2 = \sqrt{2 + a_1^2 + a_2^2}$. Duke ngritur në katror kemi që kushti është ekuivalent me $a_1 a_2 = 1$. Tani tregojmë që $(a_1^2 + 1) \cdot (a_2^2 + 1)$ është katror i plotë i një numri natyror.

Metoda 1. Meqë $a_1 a_2 = 1$ kemi që $a_1 = a_2 = 1$ ose $a_1 = a_2 = -1$. Në të dy rastet kemi që $(a_1^2 + 1) \cdot (a_2^2 + 1) = 4 = 2^2$.

Metoda 2. Meqë $a_1 a_2 = 1$ kemi,

$$\left(a_1^2 + 1\right) \cdot \left(a_2^2 + 1\right) = (a_1 a_2)^2 + a_1^2 + a_2^2 + 1 = a_1^2 + a_2^2 + 2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 = (a_1 + a_2)^2 .$$

(2 pikë)

Rasti 2. $n = 3$.

Kemi që për numrat e plotë a_1, a_2 vlen $a_1 + a_2 + a_3 = \sqrt{2 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$. Duke ngritur në katror kemi që kushti është ekuivalent me $a_1 a_2 + a_2 a_3 + a_3 a_1 = 1$. (2 pikë)

Tani tregojmë që $(a_1^2 + 1) \cdot (a_2^2 + 1) \cdot (a_3^2 + 1)$ katror i plotë i një numri natyror. Nga kushti kemi, $a_1^2 + 1 = a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_3 + a_3 a_1 = (a_3 + a_1) \cdot (a_1 + a_2)$. Ngjashëm kemi që $a_2^2 + 1 = (a_1 + a_2) \cdot (a_2 + a_3)$ dhe $a_3^2 + 1 = (a_2 + a_3) \cdot (a_3 + a_1)$. (4 pikë)

Prandaj kemi,

$$\left(a_1^2 + 1\right) \cdot \left(a_2^2 + 1\right) \cdot \left(a_3^2 + 1\right) = ((a_1 + a_2) \cdot (a_2 + a_3) \cdot (a_3 + a_1))^2 .$$

(2 pikë)

Rasti 3. $n \geqslant 4$.

Nëse marrim $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = -1$, $a_4 = 2$ dhe $a_k = 0$ për $k > 4$ kemi që plotësohet kushti mirëpo $(a_1^2 + 1) \cdot (a_2^2 + 1) \cdot ... \cdot (a_n^2 + 1) = 40$ që nuk është katror i plotë i një numri natyror. (5 pikë)

4. Le të jetë $n \geqslant 2$ një numër natyror. n letra janë vendosur në një rresht. Në secilën letër është shkruar një numër real, në mënyrë të tillë që shuma totale e të gjithë numrave është zero.

Dy lojtarë, A dhe B, luajnë me radhë. Lojtari A fillon i pari. Lojtari që ka radhën heq një letër nga njëri prej skajeve të rreshtit (ose nga e majta ose nga e djathta). Loja vazhdon derisa të jenë hequr të gjitha letrat.

Në fund të lojës, lojtari A llogarit shumën e numrave në letrat që ka hequr ai vetë. Nëse kjo shumë është më e madhe ose e barabartë me zero, atëherë lojtari A fiton.

Për cilat vlera të n lojtari A ka një strategji fituese dhe cila është ajo?

Shënim: Një strategji fituese për lojtarin A quhet një strategji që garanton fitoren, pavarësisht nga veprimet e lojtarit B

Zgjidhje.

Pretendimi 1: Nëse n është çift, atëherë lojtari A ka një strategji fituese.

Dëshmi: Le të jetë $n = 2k$, dhe le të jenë numrat në letra:

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2k}.$$

Ngjyrosim pozicionet në mënyrë alternative:

- Pozicionet $a_1, a_3, \ldots, a_{2k-1}$: të bardha
- Pozicionet $a_2, a_4, \ldots, a_{2k}$: të zeza

Vëmë re që në çdo lëvizje, lojtari zgjedh një letër nga njëri prej skajeve. Në veçanti, në lëvizjen e parë, të dy letrat në skaje kanë ngjyra të ndryshme. Prandaj, nëse lojtari A zgjedh të ndjekë gjithmonë pozicionet e bardha (ose të zeza), ai do të mund të vazhdojë ta bëjë këtë deri në fund. Meqenëse shuma totale e të gjithë numrave është zero:

$$\sum_{i=1}^{2k} a_i = 0,$$

atëherë kjo do të thotë se shuma e numrave në pozicionet e bardha plus shuma në pozicionet e zeza është zero. Prandaj, të paktën njëra nga këto dy pjesë do të ketë shumë jo-negative. Lojtari A zgjedh atë grup (të bardhët ose të zinjtë) dhe siguron një shumë përfundimtare jo-negative. ■

Pretendimi 2: Nëse n është tek, atëherë lojtari A nuk ka një strategji fituese të garantuar.

Dëshmi: Le të jetë $n = 2k + 1$. Atëherë lojtari A do të marrë $k + 1$ letra, ndërsa lojtari B do të marrë k letra. Për shkak se numri i lëvizjeve është tek, lojtari A nuk mund të

ndjekë një strategji të qëndrueshme sipas paritetit si në rastin çift. Pariteti i pozicioneve që ai merr do të alternohet, dhe ai do të detyrohet të marrë letra si nga pozicionet e bardha, ashtu edhe nga ato të zeza. Në veçanti, nëse të dyja letrat në skaje janë negative, atëherë, pavarësisht se cilën letër heq lojtari A në lëvizjen e parë, lojtari B do të mund të përgjigjet në mënyrë optimale. Në veçanti, lojtari B mund të përdorë të njëjtën strategji bazuar në paritet si në Pretendimin 1, duke siguruar të gjitha elementet nga njëri prej dy grupeve të indekseve që kanë shumë pozitive, duke lënë lojtarin A me një shumë përfundimtare negative.
Kundërshembull: Konsideroni vargun:

$$-1,\ 1,\ -1, \ldots,\ 0,\ \ldots,\ 1,\ 1,\ -1,$$

ku $a_{k+1} = 0$. Pavarësisht se çfarë zgjedh lojtari A në fillim, lojtari B mund të ndjekë një strategji sipas paritetit dhe të sigurojë një shumë totale pozitive, duke e lënë lojtarin A me një shumë negative. ■

Përfundim

Lojtari A ka një strategji fituese atëherë dhe vetëm atëherë kur n është çift.

Skema e vlerësimit

Pikë të pjesshme

- Një strategji rigoroze por e mirëmenduar dhe me arsyetim valid (3 pikë)
  Ndarja e pikëve për zgjidhjet e plota

- Vërtetimi i rastit n tek (3 pikë)

  1. Kundërshembulli (1 pikë)

  2. Argumentimi se pse fiton B ne atë rast (1 pikë)

  3. Te dyja më sipër të sakta (1 pikë)

- Vërtetimi i rastit n çift (12 pikë)

  1. Konceptimi i ndarjes se karta në mënyre alternative. (5 pikë)

  2. Vërtetimi se njëra gjysmë është patjetër jo-negative. (4 pikë)

Argumentimi pse A mund të zgjedhë gjithmonë njërën gjysmë. (3 pikë)

Komente të përgjithshme për të gjitha detyrat

- Gabim i vogël në llogaritje ose arsyetim (-1 pikë)