Kosovo and Albania
Mathematical Olympiad

KAMO

Olimpiada e Katërt Matematike Kosovë - Shqipëri për Klasat VII - IX

18-20 Korrik 2023

Klasa IX

Emri dhe Mbiemri: _____

UDHËZIME

1. Koha në dispozicion është **180 minuta**.
2. 8 problemet e pjesës së parë do të jenë vetëm me përgjigje (jo me alternativa dhe nuk kërkohet procesi i zgjidhjeve) dhe secili problem vlerësohet me 5 pikë.
3. Nëse garuesi nuk përgjigjet fare në ndonjërin nga 8 problemet e pjesës së parë ose jep përgjigje të gabuar, atëherë vlerësohet me 0 pikë për problemin përkatës.
4. Për 8 problemet e pjesës së parë nuk ka vlerësim të pjesshëm.
5. Për 4 problemet e pjesës së dytë kërkohet të arsyetohet procesi i zgjidhjeve deri në hollësira dhe secili problem vlerësohet me më së shumti 15 pikë.
6. Për 4 problemet e pjesës së dytë do të ketë vlerësim të pjesshëm sipas skemave të miratuara nga komisioni vlerësues.

PJESA E PARË - KLASAT VII-VIII

1. Gjeni vlerën numerike të shprehjes $(1+3+5+7+...+47)-22^2$.

Përgjigja: _____

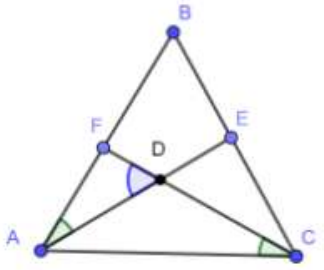
2. Numrat x dhe y duhet të zëvendësohen me numra natyrorë në mënyrë që të vlejë barazimi:

$$\frac{3}{x}=\frac{y}{5}.$$

Në sa mënyra të ndryshme mund të bëhet kjo?

Përgjigja: _____

3. Le të jetë ABC trekëndësh barabrinjës i tillë që $\angle DAF = \angle DCA$. Sa është masa e këndit $\angle FDA$?



Përgjigja: _____

4. Në një tabelë 3×3 janë shënuar numrat natyrorë nga 1 deri në 9 saktësisht nga një herë. Shuma e të gjithë numrave pa e përfshirë numrin në mes plotëpjesëtohet me 7. Cili numër ndodhet në mes?

Përgjigja: _____

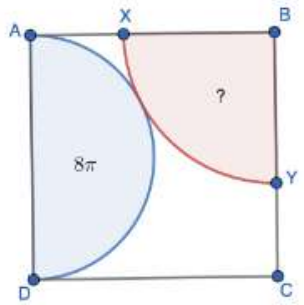
5. Le të jetë a numër i plotë. Sa vlera të plota të a janë të tilla që $\frac{a+23}{a+2}$ të jetë numër i plotë?

Përgjigja: _____

6. Sa çifte natyrore janë zgjidhje e barazimit $3ab = 3a + b + 2023$?

Përgjigja: _____

7. Është dhënë katrori $ABCD$ dhe sektorët rrethorë si në figurën më poshtë. Syprina e sipërfaqes gjysmërrethore me diametër AD është 8π. Sa është syprina e siperfaqes se sektorit rrethor BXY?



Përgjigja: _____

8. Në një garë të matematikës ishin 10 probleme. Nëse nxënësi në një problem përgjigjet saktë, atëherë vlerësohet me 10 pikë. Nëse përgjigjet gabim ndëshkohet me -2 pikë. Nëse nuk përgjiget fare, atëherë vlerësohet me 0 pikë. Nxënësi gjithsej mori 36 pikë. Në sa probleme nxënësi nuk ka dhënë fare përgjigje?

Përgjigja: _____

PJESA E DYTË - KLASAT VII-VIII

1. Le të jenë a, b, c numra realë pozitivë të tillë që $a+b+c = \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$.
Tregoni se vlen $a+b+c \geq 3$.

2. Gjeni të gjithë numrat natyrorë x, y të tillë që $\sqrt{\frac{36}{x}}+\sqrt{\frac{36}{y}}$ të jetë numër i plotë.

3. Jepet trekëndëshi ABC i tillë që $\angle ABC = 2 \cdot \angle ACB$. Le të jenë $AB = 5cm$ dhe $AC = 4\sqrt{5}cm$. Njehsoni syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit ABC.

4. Në lojën me numra dy lojtarë zgjedhin radhazi numra nga 1 deri në 10 (secili numër mund të përdoret vetëm një herë). Lojën e fillon njëri lojtar, duke zgjedhur një numër e pasaj lojtari tjetër e zgjedhë një numër nga numrat e mbetur. Fitues është lojtari i cili, në një radhë, arrin t'i ketë tre numra që shuma e tyre është 15. A ekziston strategjia për ndonjërin lojtar që ta fitojë lojën?

Kosovo and Albania
Mathematical Olympiad

KAMO

Olimpiada e Katërt Matematike Kosovë - Shqipëri për Klasat VII - IX

18-20 Korrik 2023

Klasa IX

Emri dhe Mbiemri: _____

UDHËZIME

1. Koha në dispozicion është **180 minuta**.
2. 8 problemet e pjesës së parë do të jenë vetëm me përgjigje (jo me alternativa dhe nuk kërkohet procesi i zgjidhjeve) dhe secili problem vlerësohet me 5 pikë.
3. Nëse garuesi nuk përgjigjet fare në ndonjërin nga 8 problemet e pjesës së parë ose jep përgjigje të gabuar, atëherë vlerësohet me 0 pikë për problemin përkatës.
4. Për 8 problemet e pjesës së parë nuk ka vlerësim të pjesshëm.
5. Për 4 problemet e pjesës së dytë kërkohet të arsyetohet procesi i zgjidhjeve deri në hollësira dhe secili problem vlerësohet me më së shumti 15 pikë.
6. Për 4 problemet e pjesës së dytë do të ketë vlerësim të pjesshëm sipas skemave të miratuara nga komisioni vlerësues.

PJESA E PARË - KLASA IX

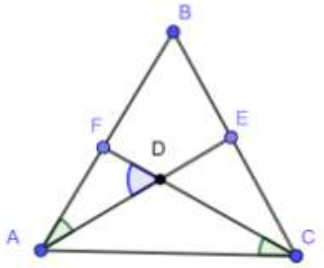
1. Dua në ditëlindjen e saj ftoi disa shokë. Dua harroi të përqafojë Asjen, ndërsa u përqafua me të gjithë shokët e tjerë dhe të gjithë shokët e Duas u përqafuan me njëri-tjetrin. Sa shokë i ftoi Dua në ditëlindje nëse gjithesej ishin 35 përqafime?

Përgjigja: _____

2. Numri $2023 = 7 \cdot 17^2$ shprehet si prodhim i një numri të thjeshtë njëshifror dhe katrorit të një numri të thjeshtë dyshifrorë me shifrën e njëshëve të njëjtë me faktorin e thjeshtë njëshifror. Sa numra të tillë katërshifrorë janë gjithsej?

Përgjigja: _____

3. Le të jetë ABC trekëndësh barabrinjës i tillë që $\angle DAF = \angle DCA$. Sa është masa e këndit $\angle FDA$?



Përgjigja: _____

4. Gjeni vlerën numerike të shprehjes $2023^2 - (1 + 3 + 5 + 7 + ... + 4045)$.

Përgjigja: _____

5. Le të jetë a numër i plotë. Sa vlera të plota të a janë të tilla që $\frac{a+2023}{a+22}$ të jetë numër i plotë?

Përgjigja: _____

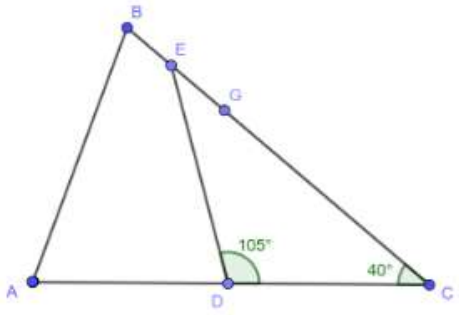
6. Në një turnir basketbolli morën pjesë disa ekipe. Çdo ekip luajti me secilin ekip saktësisht një lojë. Për çdo lojë ekipi fitues merr 2 pikë kurse ekipi humbës merr 1 pikë. Në fund të turnirit shuma e pikëve të të gjithë ekipeve ishte e barabartë me 84. Sa ekipe morën pjesë në turnir?

Përgjigja: _____

7. Le të jetë $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i tillë që të vlejnë $f(x+y) \geq f(x) + f(y) + xy$ dhe $2f(x) \geq x^2 + 2023x$, për çdo x, y numra realë. Sa është vlera e $f(1)$?

Përgjigja: _____

8. Le të jetë ABC trekëndësh i tillë që $AC = 8cm$ dhe $CG = AB$. Le të jenë D, E meset e AC, BG, përkatësisht. Sa është gjatësia e segmentit BC?



Përgjigja: _____

PJESA E DYTË - KLASA IX

1. Le të jenë a, b, c numra realë pozitivë të tillë që $a+b+c=3$. Tregoni se vlen

$$\frac{a^4}{bc}+\frac{b^4}{ca}+\frac{c^4}{ab}\geq 3.$$

Kur arrihet barazimi?

2. Në lojën me numra dy lojtarë zgjedhin radhazi numra nga 1 deri në 10 (secili numër mund të përdoret vetëm një herë). Lojën e fillon njëri lojtar, duke zgjedhur një numër e pasaj lojtari tjetër e zgjedhë një numër nga numrat e mbetur. Fitues është lojtari i cili, në një radhë, arrin t'i ketë tre numra që shuma e tyre është 15. A ekziston strategjia për ndonjërin lojtar që ta fitojë lojën?

3. Gjeni të gjithë numrat natyrorë m, n në mënyrë që 2^m+3^n+4 të jetë katror i plotë.

4. Le të jetë $ABCD$ një romb i tillë që $\angle BCD<\angle ABC<120^\circ$. Le të jetë F një pikë në gjysmëdrejtëzën AB me renditje $A-B-F$ dhe $\angle FDB=30^\circ$. Le të jetë E një pikë në DF e tillë që $BE=BA$, ku A dhe E janë në anë të kundërta ndaj BC. Tregoni se A, F, mesi i DE dhe mesi i DB i takojnë një rrethi.