Kosovo and Albania Mathematical Olympiad

KAMO

OLIMPIADA E PARË MATEMATIKE KOSOVË – SHQIPËRI PËR KLASAT VII-IX

Klasat VII-VIII

PROBLEMET E KAMO 2020 – PJESA E PARË

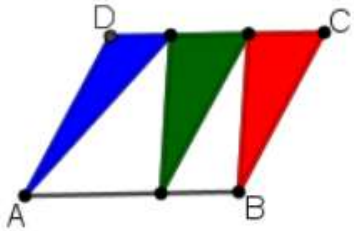
1. Një numër natyror quhet "numër super i thjeshtë" nëse shuma e shifrave të tij është numër i thjeshtë. Sa numra dyshifrorë "super të thjeshtë" janë gjithsej?

Përgjigjia: _____

2. Një libër kushton 200 lekë, një fletore kushton 50 lekë dhe një stilolaps kushton 25 lekë. Në sa mënyra të ndryshme mund t'i blejmë disa libra, fletore dhe stilolapsa (të paktën një nga secili produkt) në mënyrë që shuma totale e tyre të jetë 500 lekë.

Përgjigjia: _____

3. Në paralelogramin $ABCD$ syprinat e sipërfaqes së trekëndëshit me ngjyrë të kuqe dhe syprina e sipërfaqes me ngjyrë gjelbërt paraqesin nga 20% të syprinës së sipërfaqes së paralelogramit. Sa përqind e syprinës së sipërfaqes së paralelogramit paraqet trekëndëshi me ngjyrë të kaltër?



Përgjigjia: _____

4. Nëse $x^2 - 3x + 9 = 0$, atëherë sa është vlera e shprehjes $x^3 + \frac{1}{x^3}$?

Përgjigjia: _____

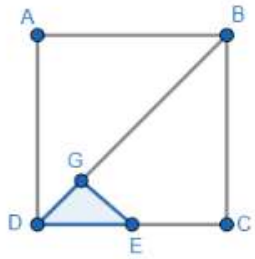
5. Në një dhomë ndodhen 100 persona. Secili person në dhomë ose është me profesion matematikan ose është fizikan. Dihet që të paktën një matematikan dhe të paktën një fizikan është në dhomë. Gjithashtu, dihet që në çdo 3 persona të paktën dy prej tyre janë matematikanë. Sa matematikanë janë në dhomë?

Përgjigjia: _____

6. Në një rresht ndodhën 100 persona. Personat janë radhitur në mënyrë të tillë që çdo person ka disa persona para dhe disa persona mbrapa, përveç personit të parë që nuk ka asnjë person para dhe personi të fundit që nuk ka asnjë person mbrapa. Personi më i gjatë ka mbrapa dyfish më shumë persona se sa ka përpara. Cili person në radhë është më i gjati në këtë rresht?

Përgjigjia: _____

7. Në figurën në vijim është dhënë katrori $ABCD$. Pika E është mesi i segmenti DC, ndërsa EG është normale (pingule) në BD. Sa është raporti i syprinës së sipërfaqes së pjesës së hijezuar të trekëndëshit DEG me syprinën e sipërfaqes së katrorit?



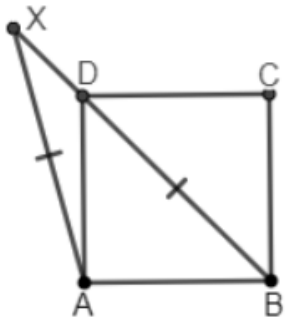
Përgjigjia: _____

8. Le të jetë x numër real pozitiv. Sa është vlera më e vogël e shprehjes $x^2 + \frac{16}{x}$?

Përgjigjia: _____

PROBLEMET E KAMO 2020 – PJESA E DYTË

1. Le të jetë dhënë katrori $ABCD$ dhe pika X si në figurë në mënyrë që $AX = BD$. Sa është masa e këndit $\angle DAX$?



2. Gjeni të gjithë numrat natyrorë a, b, c në mënyrë që të paktën dy prej tyre të jenë numra të thjeshtë dhe të vlejë barazimi:

$$2a^2 + 5b^2 + c^2 = 2(ab + bc + ca).$$

3. Është dhënë tabela me dimensione 4×3. Beni i vendosi, në 12 qelula (qeliza), të gjithë numrat në vijim: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12. Pastaj, Beni i shënoi shumat e çdo rreshti dhe çdo shtylle në tabelë. Rastësisht, Beni e fshiu njërin nga shumat. Shumat që kishin mbetur ishin numrat në vijim: 15,19,22,23,26,29. Cilën prej shumave e fshiu Beni?

4. Gjeni të gjithë numrat realë x, y, z në mënyrë të tillë që: $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$.

Kosovo and Albania Mathematical Olympiad

KAMO

OLIMPIADA E PARË MATEMATIKE KOSOVË – SHQIPËRI PËR KLASAT VII-IX

Klasa IX

PROBLEMET E KAMO 2020 – PJESA E PARË

1. Sa çifte (m, n) të numrave natyrorë janë të tilla që $m + n$ dhe mn njëkohësisht të jenë numra të thjeshtë?

Përgjigjia: _____

2. Një numër natyror quhet "numër i mirë" nëse është i barabartë me shtatëfishin e shumës së shifrave të tij. Sa numra "të mire" janë gjithsej?

Përgjigjia: _____

3. Është dhënë trekëndëshi ABC i tillë që $AB = AC = 6\ cm$ dhe $\angle ABC = 75^{\circ}$. Sa është syprina e sipërfaqes së trekëndëshit ABC?

Përgjigjia: _____

4. Sa numra të plotë gjithsej e plotësojnë mosbarazimin në vijim?

$$(x-1)^2(x-2)^3(x+3)^5 < 0.$$

Përgjigjia: _____

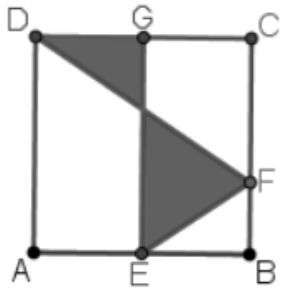
5. Cila është shifra e fundit e numrit 7^{7^7}?

Përgjigjia: _____

6. Në një teatër shkuan disa djem dhe vajza për të parë një shfaqje. Në teatër janë gjithsej 9 rreshta me nga 15 ulëse. Në çdo ulëse është ulur një person dhe çdo djalë nuk e ka asnjë djalë në të majtë, në të djathtë, para dhe mbrapa tij. Gjithashtu, çdo vajzë nuk e ka asnjë vajzë në të majtë, në të djathtë, para dhe mbrapa saj. Në teatër kishte më shumë djem se vajza. Sa djem ishin në teatër?

Përgjigjia: _____

7. Në figurën në vijim është dhënë katrori $ABCD$ ndërsa E dhe G janë meset si në figurën mëposhtë, ndërsa pika F është pikë e çfarëdoshme në brinjën BC. Sa është raporti i syprinës së sipërfaqes së pjesës së hijezuar me syprinën e sipërfaqes së katrorit?



Përgjigjia: _____

8. Le të jetë x numër real pozitiv. Sa është vlera më e vogël e shprehjes $x^3 + \frac{48}{x}$?

Përgjigjia: _____

PROBLEMET E KAMO 2020 – PJESA E DYTË

1. Le të jenë a, b numra realë të ndryshme nga 0 të tillë që $a + b = 2$. Tregoni se ka vend mosbarazimi:

$$\frac{a-1}{a^2} + \frac{b-1}{b^2} \leq 0.$$

Kur arrihet barazimi?

2. Në qytetin e Vushtrrisë është duke u mbajtur kampionati i lojës së shahut. Gjithsej pjesëmarrës në kampionat janë 20 garues dhe secili garues saktësisht i zhvillon 5 lojë me 5 kundërshtarë të ndryshëm. Secili garues, në fanellë, e ka një numër unik dhe lojën gjithmonë e fiton garuesi që në fanellë e ka numrin më të madh.

a) Sa është numri më i vogël i garuesve që mund të jenë të pamposhtur kur të përfundojë kampionati?

b) Sa është numri më i madh i garuesve që mund të jenë të pamposhtur kur të përfundojë kampionati?

3. Le të jenë m dhe n numra natyrorë të tillë që numri $mn + m + n$ e ka mbetjen 4 kur pjesëtohet me 6. Tregoni se mn plotëpjesëtohet me 12.

4. Le të jetë ABC një trekëndësh dhe le të jetë l drejtëza që kalon nëpër A dhe është paralele me BC. Pikat B'dhe C' ndodhen në drejtëzën l të tilla që $AB = AB', AC = AC'$, dhe pika A i takon segmentit $B'C'$. Vërtetoni se drejtëzat BB'dhe CC' priten në simetralen (përgjysmoren) e këndit $\angle BAC$.