2.1.5 KLASA 12 - ZVA Tiranë

1. Gjeni ekuacionin e tangjentes së përbashkët ndaj parabolave $y = x^2 + 4x + 8$ dhe $y = x^2 + 8x + 4$.

2. Zgjidhni në $\mathbb{Z}$ ekuacionin $x^6 + 3x^3 + 1 = y^4$.

3. Vërtetoni se $(11^{n+2} + 12^{2n+1}) \vdots 133$ për çdo $n \in \mathbb{N}$.

4. Brinja më e gjatë e trekëndëshit ABC është AC. Zgjasim AC në M që $CM = BC$. Vërtetoni se masa e këndit $\angle ABM$ është më e madhe se 90 gradë.

5. Është dhënë piramida me bazë trekëndëshin me brinjë 39cm, 17cm, 28cm dhe gjatësi të secilës brinjë anësore 22.9cm. Njehsoni vëllimin e piramidës.

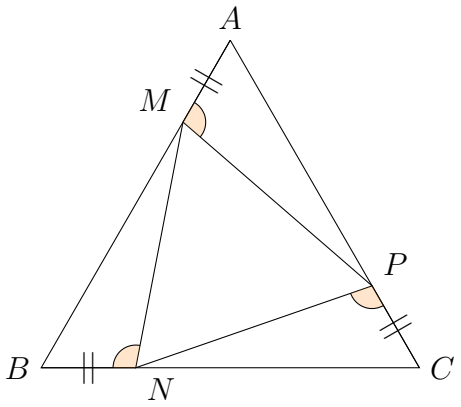
2.1.6 KLASA 12 - ZVA Durrës

1. Provoni se për çdo dy numra realë pozitivë m dhe n ka vend mosbarazimi

$$\left(2m+\frac{1}{2}\right)\left(2n+\frac{1}{2}\right) \leq \left(m^2+n+\frac{3}{4}\right)\left(n^2+m+\frac{3}{4}\right).$$

2. Një varg gjeometrik me herës q dhe me shumën e n kufizave të para të tij S_n është i tillë që $S_{2n} = a^2 - b^2$ dhe $S_{3n} = a^2 - 3b^2$. Gjeni në varësi të parametrave a dhe b shumën S_n të këtij vargu. Ç'kusht duhet të plotësojnë parametrat a dhe b, që problema të ketë zgjidhje?

3. Jepet trekëndëshi ABC. Në brinjët AB, BC dhe AC merren përkatësisht pikat M, N dhe P të tilla që $BN = AM = CP$ dhe $\angle BNM = \angle AMP = \angle CPN$. Provoni se ABC është barabrinjës.



4. Gjeni gjithë çiftet e renditur $(x, y) \in \mathbb{N}^2$ për të cilët ka vend barazimi $x^2 + y^2 = 2010\sqrt{x-y} - 33^2$.

5. Dy polinomet $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ dhe $Q(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + ... + b_1 x + b_0$ i kanë koeficientët numra të plotë, të tillë që $a_n - b_n$ është numër i thjeshtë, $a_{n-1} = b_{n-1}$ dhe $a_n b_0 - a_0 b_n \neq 0$. Duke supozuar se ekziston numri racional r për të cilin $P(r) = Q(r) = 0$, tregoni se $r \in \mathbb{Z}$.