# 1 AMU

## 1.1 FAZA I

### 1.1.1 ZVA Tiranë

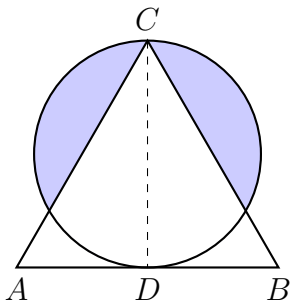
1. Një shitës, përveç artikujve shkollorë ka vetëm monedha ose kartmonedha 3-lekëshe. Një qytetar që do të blejë një artikull ka vetëm monedha ose kartmonedha 5-lekëshe. Vërteto se çdo artikull, vlera e të cilit është një numër natyror, mund të blihet me këto kushte.

2. Vërtetoni se shuma e numrave $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + ... + 3^{2023} + 3^{2024}$ është e plotëpjesëtueshme me 120.

3. Një pasagjer, duke udhëtuar me autobuz, vuri re një të njohur që po ecte në drejtim të kundërt me autobuzin. Pas 10 sekondash autobuzi ndaloi, pasagjeri zbriti nga autobuzi dhe po ecte drejt të njohurit që ta arrinte atë. Pas sa sekondash nga çasti që e pa, pasagjeri e takoi të njohurin e tij, në qoftë se pasagjeri ecën 2 herë më shpejt se i njohuri i tij dhe 5 herë më pak se autobuzi.

4. Jepet trekëndëshi ABC, për të cilin është i vërtetë barazimi $AB = 2AC$ dhe $\angle BAC = 2\angle ABC$. Gjeni masën e këndit $\angle ACB$.

5. Rrethi me rreze 1 njësi takon brinjën $AB$ të trekëndëshit barabarinjës $ABC$ në mesin e saj $D$ dhe kalon në kulmin $C$ të trekëndëshit. Njehsoni syprinën e pjesës së hijëzuar.



### 1.1.2 ZVA Gramsh

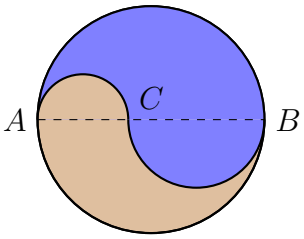
1. Zgjidhni ekuacionin $2^{x+1} + 3 \cdot 4^{x+1} - 2^{x+2} = 0$ (nëse $2^x = a$)

2. Brinjët e një drejtkëndëshi janë $a = 9$ cm dhe $b = 7$ cm. Secilia prej tyre rritet me 10%. Me sa % do të rritet perimetri dhe sipërfaqja e drejtkëndëshit?

3. Në një etazher janë vendosur 108 libra matematike, fizike dhe kimia. Libra matematike janë 2 herë më shumë se libra fizike dhe 3 herë më pak se libra kimie. Marrim nga etazheri rastësisht një libër. Gjeni probablitetin :
   (a) Është libër matematike
   (b) Nuk është libër kimie
   (c) Është libër fizike ose kimie

4. Është dhënë trapezi dybrinjënjëshëm $ABCD$ me brinjë anësore 5 cm. Diagonalja $AC$ e ndan vijën e mesme në segmentin me gjatësi 2 cm dhe 5 cm. Gjeni perimetrin e trapezit.

5. Diametri $AB$ ndahet nga pika $C$ në raportin $2 : 3$. Të gjendet raporti ndërmjet sipërfaqes me ngjyrë kafe dhe asaj me ngjyrë blu.




6. Në një klasë me 30 nxënës raporti i numrit të djemve me vajzat është 1:2. Nota mesatare e vajzave është 8.5 kurse e djemve 7.3. Sa është nota mesatare e klasës?

### 1.1.3 ZVA Durrës

1. Alma përgatiti një limonadë me shurup limoni dhe ujë, përkatësisht në raportin $1 : 2$. Vëllai i saj e përgatit këtë limonadë me të njëjtët përbërës, por në raportin përkatës $2 : 3$. Nëse përziejmë një sasi nga limonada e Almës me një sasi nga limonada e vëllait të saj, në ç'raport duhet të merren përzierjet e tyre në mënyrë që shurupi dhe uji, në përzierjen e re, të jenë në raportin $17 : 27$?

2. Jepet $ABC$ kënddrejtë në $C$. Në hipotenuzën e këtij trekëndëshi, merren pikat $E$ dhe $F$ të tilla që $AC = AE$ dhe $BC = BF$. Gjeni $\angle ECF$.

3. Vërtetoni se gjatë pjesëtimit të secilit prej dy numrave të plotë çfarëdo me ndryshesën e tyre, mbetja do të jetë e njëjtë, ndërsa herësit e të dy pjesëtimeve në fjalë do të ndryshojnë ndërmjet tyre me një njësi.

4. Gjeni të gjitha çiftet e renditura $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ për të cilat ka vend barazimi $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y^2} = \frac{1}{4}$.

5. Dihet se rrënjët e ekuacionit $x^2 + 2023x + 1 = 0$ janë numrat $m$ dhe $n$. Rrënjët e ekuacionit $x^2 + 2024x + 1 = 0$ janë numrat $p$ dhe $q$. Gjeni vlerën e shprehjes $(m - p)(n - p)(m + q)(n + q)$.

### 1.1.4 ZVA Berat

1. Një numër treshifror dy shifrat e fundit i ka të njëjta, dhe shuma e shifrave të tij plotëpjesëtohet me 7. Vërtetoni se numri plotëpjesëtohet me 7.

2. Provoni se për çdo numër natyror $a$, numri $a^3 - a$ plotëpjesëtohet me 3.

3. Në një trekëndësh kënddrejtë është brendashkruar rrethi. Vërtetoni se pika e tangjentes me hipotenuzën e ndan atë në dy segmente, prodhimi i gjatësive të të cilave është e njëjtë me sipërfaqjen e trekëndëshit të dhënë.

4. Dy makina transportuan mallra. Kur makina e parë bëri 4 rrugë dhe e dyta 3 rrugë së bashku transportuan më pak se 21 ton mallra, ndërsa kur makina e parë bëri 3 rrugë dhe e dyta 4 rrugë atëherë të dyja së bashku transportuan më shumë se 33 ton mallra. Cili mjet transportoi më shumë mall gjatë punës?

5. Është dhënë trekëndëshi me sipërfaqje 1 njësi katrore dhe me gjatësi të brinjës të tillë që $a \geq b \geq c$. Provoni se $b \geq \sqrt{2}$.

### 1.1.5 ZVA Belsh

1. Sa është gjysma e $4^{20}$?

2. Nëse $a^2 - b^2 = 21$ dhe $a - b = 3$, të gjendet $ab$.

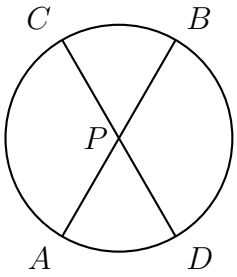
3. Përdor veprimet $+, -, \cdot, :, (,)$ midis katrorëve në mënyrë të tillë që të kenë vend barazimet:
   (a) $4\ 4\ 4\ 4 = 3$
   (b) $4\ 4\ 4\ 4 = 7$
   (c) $4\ 4\ 4\ 4 = 24$
   (d) $4\ 4\ 4\ 4 = 32$

4. Qytetari $A$ vuri në bankën $X$ 200.000 lekë me interes 9% në vit. Qytetari $B$ vuri në bankën $Y$ 300.000 lekë me interes 12% në vit.
   (a) Gjej fitimet e çdo qytetari pas dy vjetësh nga dita e depozitimit në bankë.
   (b) Dy qytetarët fitimet e dy viteve vendosën t'i futin në një biznes të përbashkët me interes mujor 20%. Cili është fitimi i qytetarëve pas dy muajsh?

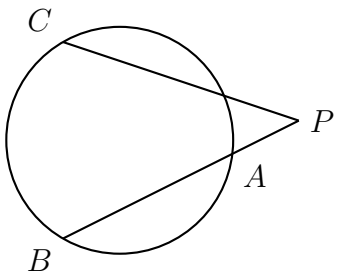
5. Është dhënë katrori me brinjë 8 cm. Pika $M$ është mesi i brinjës $BC$. Në brinjën $AB$ merret pika $N$ e tillë që të jetë e barazlarguar nga pikat $M$ dhe $D$. Gjej gjatësinë e $AN$-së.

### 1.1.6 ZVA Devoll

1. Pikat $A, B, C$ dhe $D$ ndodhen në rreth. Vërtetoni se, për çdo pikë $P$ brenda rrethit, $PA \cdot PB = PC \cdot PD$.




2. Pikat $A, B, C, D$ ndodhen në rreth. Vërtetoni se $\angle APD = \frac{1}{2}(\widehat{BC} - \widehat{AD})$.




3. Gjeni vlerën më të madhe të shprehjes.

$$f(x) = -2x^2 + 8x + 7$$

4. Thjeshtoni shprehjen.

$$\frac{4^{50} - 8^{33}}{128^{14}}$$

5. Vërtetoni mosbarazimin. Për çdo dy numra jonegative $a, b$,

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

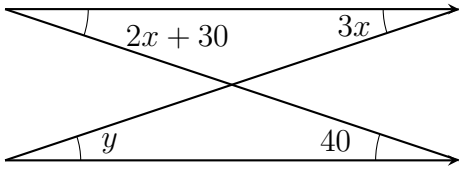
### 1.1.7 ZVA Kavajë

1. Zgjidh sistemin.
   (a) $2^x = 1 - y$
   (b) $8^x = 37 - y^3$

2. Nëse $a + b = 5$ dhe $ab = 6$ gjeni vlerën e $a^2 + b^2$.

3. Trego që për çdo numër $n > 1$ shprehja $n^4 + 4$ është numër i përbërë.

4. Gjeni masën e këndit $y$ duke ditur që drejtëzat e shënuara me shigjeta janë paralele.




5. Gjeni syprinën e trapezit dybrinjënjëshëm me baza 10 cm dhe 26 cm dhe diagonale pingule me brinjën anësore.

### 1.1.8 ZVA Korçë

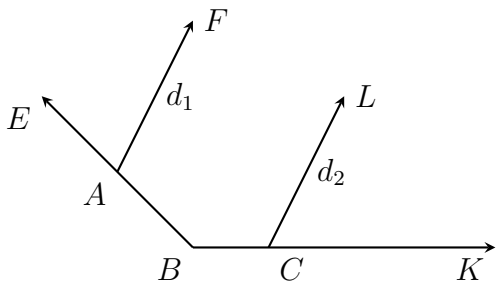
1. Të vërtetohet se numri $6^{2000} - 6^{1998}$ plotëpjesëtohet me 105.

2. Të vërtetohet që numri 19981998199819981998 është i plotëpjesëtueshëm me 333.

3. Gjeni dy numra natyrorë $x$ dhe $y$ shuma e të cilëve është 168, ndërsa pjesëtuesi më i madh i përbashkët i tyre është 24.

4. Dy çiklistë janë 360 metra larg njëri-tjetrit. Nëse fillojnë të lëvizin njëkohësisht kundrejt njëri-tjetrit ata takohen pas 10 sekondave. Nëse lëvizin njëkohësisht në të njëjtin kah çiklisti me shpejtësi më të madhe e arrin çiklistin tjetër për 40 sekonda. Sa është shpejtësia e secilit prej çiklistëve?

5. Drejtëzat $d_1$ dhe $d_2$ janë paralele. $\angle FAE = 5x$, $\angle FAE = 3x$, $\angle FAE = 128°$. Gjeni $\angle BCL$.




6. Të njehsohet perimetri dhe sipërfaqja e drejtkëndëshit me gjatësi 8 cm dhe me gjerësi 4cm më të vogël se diagonalja.

### 1.1.9 ZVA Maliq

1. Gjeni vlerën e $x$-it.
$$\frac{27^{x-2}}{9^{2x+1}} = 81^{x-3}$$

2. Ana ecën me makinë me një shpejtësi 3 km/h më shpejt se Teuta. Ato udhëtojnë në drejtime të kundërta. Pas 2.5 orësh janë 30 km larg njëra-tjetrës. Gjeni shpejtësinë me të cilën ecën secila prej tyre?

3. Vërtetoni identitetin.
$$a + x - \frac{2ax + x^2}{a + x} = \frac{a^2}{a + x}$$

4. Në qoftë se brinja e një katrori zmadhohet me 1 cm, atëherë sipërfaqja e tij zmadhohet me $m > 1$ cm. Gjeni sipërfaqjen e katrorit të vogël.

5. Vërtetoni se diagonalet e paralelogramit priten në mesin e tyre.

### 1.1.10 ZVA Lushnje

1. Gjeni vlerën e $x$-it.
$$3^{x+3} - 3^{x+2} + 3^{x+1} = 189$$

2. Të tregohet se shuma $S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + ... + 5^{2016}$ plotëpjesëtohet me 31.

3. Perimetri i një trekëndëshi kënddrejtë është 12 cm. Duke ditur që hipotenuza është sa $\frac{5}{7}$ e shumës së kateteve, gjeni sipërfaqen e trekëndëshit.

4. Tregoni që kur prodhimit të tre numrave të njëpasnjëshëm natyrorë iu shtohet mesi aritmetik i tyre, fitohet kubi i një numri natyror.

5. Zgjidhni sistemin.
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

### 1.1.11 ZVA Mirditë

1. Provo se shuma $S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + ... + 5^{2016}$ plotëpjesëtohet me 31.

2. Thjeshto shprehjen:
$$\left[\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y^2}\right] : \left(\frac{x-1}{y}\right)^2$$

3. Tre papagaj të verdhë për 4 ditë hanë 36 gram fara. Pesë papagaj të kuq për 3 ditë hanë 60 gram fara. Sa ditë mund të ushqehen 2 papagaj të verdhë dhe 4 papagaj të kuq me 88 gram fara.

4. Çmimi i një artikulli u rrit nga 30$ në 40$ dhe më pas u ul nga 40$ në 30$. Krahaso përqindjen e rritjes nga 30$ në 40$ me përqindjen e uljes nga 40$ në 30$.

5. Vërteto që meset e brinjëve të një rombi janë kulme të një drejtkëndëshi.

