REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE SPORTIT
QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE
DREJTORIA E VLERËSIMIT

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS NË ARSIMIN E MESËM TË ULËT

Faza e tretë
Viti shkollor 2023-2024

1. Gjeni rrënjët e plota të ekuacionit:

$$x^2 - 13 = \sqrt[3]{1 - 27\sqrt[3]{26} + 9\sqrt[3]{26^2}} + \sqrt[3]{26}$$

2. Provoni se ka një pafundësi numrash natyrorë a, të tillë që prodhimi $a(a+1)$ mund të shkruhet si shumë e dy katrorëve të plotë, në të paktën dy mënyra të ndryshme. *(Rastet $m^2 + n^2$ dhe $n^2 + m^2$ konsiderohen si paraqitje identike).*

3. Trapezi kënddrejtë $ABCD$, në të cilin $AB \parallel DC$ dhe $AB \perp AD$, e ka syprinën $4\ \text{cm}^2$ dhe $AB = 3DC$. Nëse trapezit $ABCD$ i brendashkruhet një rreth, gjeni gjatësinë e rrezes së tij.

4. Jepen numrat realë x, y, z dhe p, q, r të tillë që $x + p \geq y + q \geq z + r \geq 0$ dhe $x + y + z = p + q + r$.
   Tregoni se ka vend mosbarazimi:

$$qx + py \geq xz + pr$$

5. Në vitin 1887 mosha e një burri ishte e tillë që, shuma e shifrave të moshës së tij ishte sa shuma e shifrave të vitit të lindjes. Në ç'vit ka lindur ky burrë?