REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE SPORTIT
QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE
DREJTORIA E VLERËSIMIT

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS NË ARSIMIN E MESËM TË LARTË

Faza e dytë
Viti shkollor 2023-2024 Klasa 11

1. Provoni se, nëse x, y, z janë brinjë të një trekëndëshi, atëherë ka vend mosbarazimi:
$$\frac{x}{3x-y+z}+\frac{y}{3y-z+x}+\frac{z}{3z-x+y}\geq 1$$

2. Jepet ekuacioni $x^2+kx+c=0$, $c\neq 0$. Nëse dihet se rrënjët reale të tij janë x_1 dhe x_2, gjeni në varësi të c-së gjithë vlerat e mundshme të parametrit k, për të cilat ka vend mosbarazimi:
$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^3\leq 52$$

3. Në një popullatë prej n-bakteresh bie një virus. Brenda një minute ky virus asgjëson një bakter dhe pastaj ndahet në dy viruse të reja. Ndërkohë secila nga bakteret e mbetura ndahet gjithashtu në dy baktere të reja. Ky proces vazhdon kështu edhe në minutat pasardhëse. A do të ekzistojë pafundësisht kjo popullatë bakteresh? Argumentoni nëse koha e ekzistencës së popullatës së baktereve është e fundme ose jo.

4. Jepet trekëndëshi $\triangle ABC$, i tillë që $m(\angle ABC)=120^\circ$. Në brinjën përballë kulmit B, merret pika D, e tillë që $m(\angle ABD)=90^\circ$. Gjeni gjatësinë e segmentit AD, nëse $AB=DC=1$ cm.

5. Gjeni tre numra të plotë pozitivë, të ndryshëm nga njëri-tjetri, me shumën më të vogël të mundshme, të tillë që shuma e të anasjelltëve të çdo dy prej tyre të jetë sa shumëfishi i të anasjelltit të numrit të tretë.