REPUBLIKA E SHQIPËRISË

MINISTRIA E ARSIMIT DHE SPORTIT
AGJENCIA KOMBËTARE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR
DREJTORIA RAJONALE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR TIRANË
ZYRA VENDORE ARSIMORE TIRANË

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS

Viti shkollor 2024 - 2025. Faza e parë.

Klasa X

1. Vërteto identitetin : $\frac{3x-2y}{x^2-4y^2} + \frac{2x+y}{x^2+xy-2y^2} - \frac{2x-3y}{x^2-3xy+2y^2} = \frac{3}{x+2y}$.

2. Numrat x dhe y janë pozitivë dhe $x \cdot y = 1$. Vërteto që shuma x $+y$ është minimum kur x= $y = 1$.

3. Gjeni a dhe b kur dimë se ekuacioni ka pafundësi zgjidhjesh : a(2x+3) $+ 3bx = 12x + 5$.

4. Vërteto që shprehja ($5^{n-1} + 2^n$) plotëpjesëtohet me 3 per nϵN.

5. Le të kemi n numra realë pozitivë $a_1, \ldots . a_n$ që $a_1 \cdot a_2 \cdots a_n = 1$.
Vërteto që $(1+a_1) \cdot (1 + a_2) \cdots (1 + a_n) \geq 2^n$.

Udhëzime :

1. Faktorizojme emëruesat dhe mbledhim thyesat.
2. Tek shuma x+y krijojme katrorin e plotë.
3. Ekuacioni $0 \cdot x = 0$ ka pafundësi zgjidhje.
4. Zbatojmë metodën e induksionit matematik.
5. Zbatojmë mosbarazimin $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$ për a,b jo negative.

Teza përmban 50 pikë. Në fazën e dytë kalojnë nxënësit që marrin 70% të pikëve, pra 35 pikë.
Secili ushtrim ka 10 pikë.
Suksese!

REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE SPORTIT
AGJENCIA KOMBËTARE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR
DREJTORIA RAJONALE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR DURRËS
ZYRA VENDORE ARSIMORE PARAUNIVERSITARE DURRËS

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS

Viti mësimor 2024-2025 **Faza e parë** **Klasa e 10-të**

Olimpiada fillon në orën 12:00 dhe mbaron në orën 14:00

1. Gjeni (m, n), ku $m \in N$, $n \in N$ të tillë që: $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{p}$ ku p është numër i thjeshtë i dhënë.

2. Në brinjën AC të trekëndëshit ABC këndngushtë merret pika D. Mesonja [AM] pret lartësinë CH dhe segmentin BD në pikat N dhe K përkatësisht. Tregoni që në qoftë se AK=BK, atëhere AN=2KM

3. Për ç'vlera të $x, y \in R$ polinomi $P(x,y) = 2x^2 + 2xy + y^2 - 6x - 4y + 5$ merr vlerën më të vogël.

4. Gjeni vargun $n \to a_n$, $N \to N$ ku $a_1 = 1$ dhe për cdo $m, n \in N$ është i vërtetë barazimi: $a_{m+n} = a_m + a_n + m \cdot n$

5. Një pishinë furnizohet me ujë me anë të katër tubave. Po të hapen tubat 1,2,3 pishina mbushet në m orë. Po të hapen tubat 2,3,4 ajo mbushet në n orë. Po të hapen tubat 3,4,1 ajo mbushet në p orë dhe po të hapen tubat 4, 1, 2 ajo mbushet në q orë. Të caktohet koha e mbushjes së pishinës, kur hapet vetëm secili tub.

Shënim:
Çdo pyetje vlerësohet me 10 pikë.

REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE SPORTIT
AGJENCIA KOMBËTARE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR
DREJTORIA RAJONALE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR LEZHË
ZYRA VENDORE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR SHKODËR

OLIMPIADA E MATEMATIKËS
Klasa 10

FAZA I

11. Nëntor. 2024

1. Dihet se $y^x = 2$, $y^z = 16$ dhe $z^x = 5$. Gjeni z^z.

10 pikë

2. Radhit numrat x, y, z, t në rendin rritës nëse: $x = 2^{-45}$, $y = 3^{-36}$, $z = 5^{-27}$ dhe $t = 6^{-18}$.

10 pikë

3. Të zgjidhet ekuacioni:

$$\frac{\frac{2x}{x-2}}{\frac{x+2}{x-2}+\frac{2-x}{x+2}} = \frac{1}{3}$$

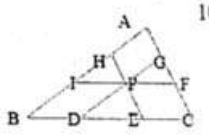
10 pikë

4. Në trapezin këndrejtë ABCD, AB // DC dhe AE ⊥ BC. Janë dhënë AB = BC, DC = 2cm dhe AE = 4cm. Gjej gjatësinë e AB.

10 pikë

5. Nga një pikë P brenda Δ ABC hiqen tri drejtëza paralele me brinjët e tij si në figurë. Provo që $\sqrt{S(\Delta ABC)} = \sqrt{S(\Delta HIP)} + \sqrt{S(\Delta DEP)} + \sqrt{S(\Delta FGP)}$.

10 pikë



REPUBLIKA E SHQIPËRISË

MINISTRIA E ARSIMIT DHE SPORTIT

DREJTORIA E PËRGJIDHSHME E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR

DREJTORIA RAJONALE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR

ZYRA VENDORE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR PATOS

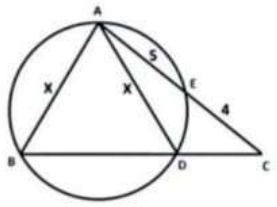
Olimpiada e matematikës për vitn shkollor 2024-2025

Faza e parë **Klasa X** **Koha 90 minuta**

Dt. 11.11. 2024

1. Gjej kordinatat e shëmbëllimit të pikës A(-2, 2) në rrotullimin me qendër Q(2,1) dhe me kënd 90^0 sipas akrepave të orës.

2. Jepet figura gjej x-in.



3. Zgjidh sistemin e ekuacioneve:
$$\begin{cases} 3^x + 7(4^y) = 109 \\ 3^x - 7(4^y) = 53 \end{cases}$$

4. Shprehja $-x^2 + bx + c$ merr vlerën më të madhe 5 për x =2. Gjeni b dhe c.

5. Jepet trekëndëshi këndrejtë me rreze të rrathëve të brëndashkruar dhe jashtëshkruar përkatësisht r dhe R. Vërtetoni se shuma e kateteve të tij është e barabartë me 2r+2R.

Shënim:Secili ushtrim vlerësohet me **10 pikë**. Nxënësi shpallet fitues nëse merr **70%** të pikë .