MINISTRIA E ARSIMIT
QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE

OLIMPIADA E MATEMATIKËS PËR KLASËN E NJËMBËDHJETË (11)
(Faza e dytë)
Viti shkollor 2024-2025

1. Gjeni vlerën e shprehjes $\dfrac{(ab)^3}{a^9+b^9-2^3}$, nëse dihet se për çdo $a,b\in\mathbb{R}$ ka vend barazimi $a^2-ab+b^2=\dfrac{2}{a+b}$.

2. Numri natyror n ndodhet midis dy katrorëve të plotë të njëpasnjëshëm.
Më i vogli prej këtyre dy katrorëve të plotë, përftohet duke i zbritur k numrit n.
Më i madhi prej këtyre dy katrorëve të plotë përftohet duke i shtuar l numrit n.
Provoni se numri $n-k\cdot l$ është një katror i plotë.

3. Jepet vargu numerik $a_1,a_2,a_3,...,a_n,a_{n+1},...$ i tillë që $\forall\, n\in\mathbb{N}$, $a_n\in\mathbb{N}$. Nëse $a_1=1$ dhe për çdo $n,m\in\mathbb{N}$ ka vend barazimi $a_{n+m}=a_n+a_m+nm$, gjeni formulën e vargut.

4. Jepet trekëndëshi këndngushtë ABC ku $AB=AC$. Le të jetë O qendra e rrethit të brendashkruar ABC. Skiconi figurën dhe gjeni masën e këndit $\angle BAC$, nëse $BC=AB+AO$.

5. Vërtetoni mosbarazimin

$$\sqrt{\frac{x^3}{x^3+(y+z)^3}}+\sqrt{\frac{y^3}{y^3+(z+x)^3}}+\sqrt{\frac{z^3}{z^3+(x+y)^3}}\geq 1$$

për çdo $x,y,z\in\mathbb{R}_+$.