MINISTRIA E ARSIMIT
QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE

OLIMPIADA E MATEMATIKËS PËR ARSIMIN E MESËM TË ULËT
(Faza e dytë)
Viti shkollor 2024-2025

1. Alma përgatiti një limonadë me shurup limoni dhe ujë, përkatësisht në raportin $1:2$. Vëllai i saj e përgatit këtë limonadë me të njëjtët përbërës, por në raportin përkatës $2:3$. Nëse përziejmë një sasi nga limonada e Almës me një sasi nga limonada e vëllait të saj, në ç'raport duhet të merren përzierjet e tyre në mënyrë që shurupi dhe uji, në përzierjen e re, të jenë në raportin $17:27$?

2. Jepet ABC kënddrejtë në C. Në hipotenuzën e këtij trekëndëshi, merren pikat E dhe F të tilla që $AC = AE$ dhe $BC = BF$. Gjeni $\angle ECF$.

3. Vërtetoni se gjatë pjesëtimit të secilit prej dy numrave të plotë çfarëdo me ndryshesën e tyre, mbetja do të jetë e njëjtë, ndërsa herësit e të dy pjesëtimeve në fjalë do të ndryshojnë ndërmjet tyre me një njësi.

4. Gjeni të gjitha çiftet e renditura $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ për të cilat ka vend barazimi $\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{3y^2} = \dfrac{1}{4}$.

5. Dihet se rrënjët e ekuacionit $x^2 + 2023x + 1 = 0$ janë numrat m dhe n. Rrënjët e ekuacionit $x^2 + 2024x + 1 = 0$ janë numrat p dhe q. Gjeni vlerën e shprehjes $(m-p)(n-p)(m+q)(n+q)$.