MINISTRIA E ARSIMIT
AGJENCIA KOMBËTARE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR
DREJTORIA RAJONALE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR TIRANË
ZYRA VENDORE ARSIMORE PARAUNIVERSITARE TIRANË

OLIMPIADA E MATEMATIKËS PËR KLASËN E IX (E NËNTË)

(Faza e parë)

Viti shkollor 2023-2024

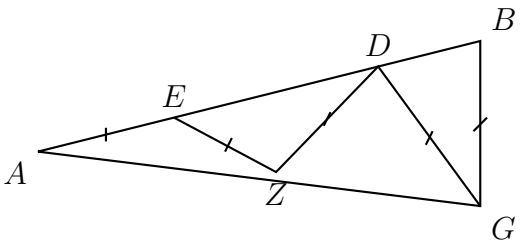
1. Në segmentin AB pikat D dhe C janë pika të brendshme të segmentit AB (pika D ndodhet ndërmjet A dhe C) në mënyrë të tillë që raporti $\frac{AC}{CB} = \frac{3}{5}$ dhe $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{7}$. Të gjendet AB në qoftë se $DC = 6$ cm.

2. Gjej vlerën maksimale të n-së në mënyrë që $3^{128} - 1 \vdots 2^n$.

3. Njehso shumën:
$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$$

4. Në trapezin dybrinjëshëm $ABCD$ diagonalja AC është përgjysmore e këndit A dimë se $AB = 2DC$. Gjeni gjatësinë e brinjëve të trapezit nëse syprina e tij është $27\sqrt{3}$ cm^2.

5. Në bazë të figurës së mëposhtme në të cilën kemi:
$$AB \equiv AG; \quad AE \equiv EZ \equiv ZD \equiv DG \equiv GB$$
Të gjendet masa e këndit A.



MINISTRIA E ARSIMIT
AGJENCIA KOMBËTARE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR
DREJTORIA RAJONALE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR DURRËS
ZYRA VENDORE ARSIMORE PARAUNIVERSITARE DURRËS

OLIMPIADA E MATEMATIKËS PËR KLASËN E IX (E NËNTË)
(Faza e parë)
Viti shkollor 2023-2024

1. Jepen $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ të tillë që $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} = 1$. Provoni që:

$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{1}{2}$$

2. Zgjidhni ekuacionin:

$$|x+1| + |x-2| + |x+3| + |x-4| + \cdots + |x+99| + |x-100| = 5000$$

3. Jepet vargu x_n i tillë që për $n \geq 2$, kufizat e tij plotësojnë kushtin:

$$x_n = \frac{x_{n-1} + x_n + x_{n+1}}{3}$$

   Gjeni vlerën e $\dfrac{x_{2012} - x_{1006}}{x_{1006} - x_{503}}$.

4. Në drejtëkëndëshin $ABCD$, në diagonalen AC merret pika K e tillë që $CK = BC$. Në BC merret pika M e tillë që $AK + BM = CM$. Provoni që $BK \perp KM$.

5. Jepet $\triangle ABC$. Ndërtohet trekëndëshi ortocentrik i tij DEF (trekëndëshi që i ka kulmet në këmbët e lartësive të hequra nga kulmet e $\triangle ABC$). Jepen M, N, P meset e brinjëve përkatësisht të BC, AC, AB dhe X, Y, Z përkatësisht meset e brinjëve FE, FD, DE.
   Provoni që drejtëzat MX, NY dhe PZ priten në një pikë.

REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT DHE SPORTIT
DREJTORIA E PËRGJITHSHME E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR
DREJTORIA RAJONALE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR DURRËS
ZYRA VENDORE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR DIBËR

TEZA E OLIMPIADËS SË MATEMATIKËS VITI SHKOLLOR 2023 – 2024
KLASA 9, FAZA I 13 nëntor 2023 ora 12:00

1. Thjeshto:
$$\frac{1}{x^2+2x+1} - \frac{1}{x^2-1}$$

2. Të zgjidhet ekuacioni:
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} = 28$$

3. Mesatarja aritmetike e pjesëmarrësve në një drekë është 29 vjeç. Dimë që mosha mesatare e të ftuarve meshkuj është 34, ndërsa e të ftuarve femra është 23. Gjeni raportin ndërmjet numrit të njerëzve dhe atyre të femrave që marrin pjesë në drekë.

4. Brinjët AB dhe AC të $\triangle ABC$ janë të barabarta dhe përmbajnë përkatësisht pikat P dhe Q, të tilla që $AP = PQ = QB = BC$. Sa është masa në gradë e këndit në kulmin A?

5. Në rrethin me rreze R ndërtohet korda që tendos harkun me masë 150°. Gjej gjatësinë e kordës.

